



POMĚR A MĚŘÍTKO

Poměr. Měřítko. Úměrnosti. Trojčlenka.

MATEMATIKA
8. ROČNÍK



UČIVO



Vysvětlení, příklady,
grafiky a vše k této kapitole
na ZákladkaOnline.



PROCVIČOVÁNÍ



Wordwall aktivity
k procvičení této kapitoly.



PŘIJÍMAČKY



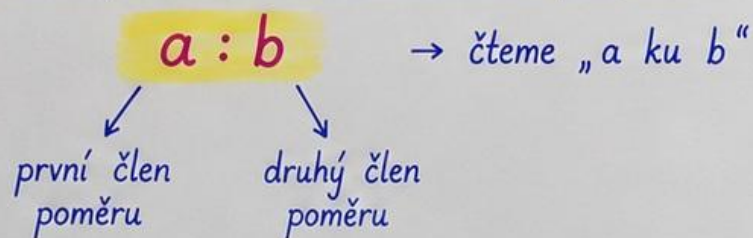
Úlohy ve stylu přijímacích
zkoušek na SŠ.

⇒ Všechno k této kapitole máš na jednom místě. ⇐

♥ Matematika
dává smysl!

POMĚR

- používáme jej k porovnávání dvou nebo více veličin
- poměr (podíl) dvou čísel a a b zapisujeme:



- poměr nám říká, kolikrát je jedna veličina větší nebo menší než druhá, případně v jakém vztahu jsou jejich množství
- na pořadí členů záleží!
- členy poměru musí být vždy ve stejných jednotkách

Př.: Ve třídě je 10 dívek a 5 chlapců.

dívky : chlapci $\rightarrow 10 : 5 = 2 : 1$ (tzn. 2 dívky na 1 chlapce)

chlapci : dívky $\rightarrow 5 : 10 = 1 : 2$ (tzn. na 1 chlapce 2 dívky)

Př.: V jakém poměru jsou k sobě 2 m a 50 cm?

2 m = 200 cm $\rightarrow$ nejprve převedeme na stejné jednotky

$$200 \text{ cm} : 50 \text{ cm} = 200 : 50 = 4 : 1$$

Převrácený poměr

- získáme jej vzájemnou záměnou členů
 $3 : 5 \rightarrow 5 : 3$ Převrácený poměr k poměru $3 : 5$ je poměr $5 : 3$.
- používáme ho, když porovnáváme stejné veličiny v opačném pořadí
viz příklad: dívky : chlapci = $10 : 5$ x chlapci : dívky = $5 : 10$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow$
Jaký je poměr dívek k chlapcům? Jaký je poměr chlapců k dívkám?
 $\rightarrow$ Na 2 dívky připadá 1 chlapec. $\rightarrow$ Na 1 chlapce připadají 2 dívky.

Postupný poměr

- poměr, který má více než dva členy
 $2 : 3 : 5$

Procvičování

1) Ve třídě je 12 dívek a 8 chlapců. Zapiš poměr:

a) dívky ku chlapcům $\rightarrow 12 : 8$

b) chlapci k dívkám $\rightarrow 8 : 12$

c) dívky ke všem žákům $\rightarrow 12 : 20$

2) Máme 3 červené, 5 modrých a 2 zelené fixy.

a) zapiš poměr červené : modré : zelené $\rightarrow 3 : 5 : 2$

b) zelené : červené : modré $\rightarrow 2 : 3 : 5$

3) Máme 3 m modré stuhy a 60 cm červené stuhy. V jakém jsou poměru?

$3 : 60$ x ne! pozor na převod na stejné jednotky!

$$300 : 60 = 5 : 1$$

Krácení a rozšiřování poměru

- s poměrem můžeme pracovat podobně jako se zlomkem
- při krácení ani rozšiřování se hodnoty poměru nemění

• Rozšiřování

- poměr rozšíříme, když všechny jeho členy vynásobíme stejným číslem různým od nuly

$$2 : 3 \text{ rozšíříme } 4$$

$$(2 \cdot 4) : (3 \cdot 4) = 8 : 12 \Rightarrow 2 : 3 = 8 : 12$$

• Krácení

- poměr krátíme, když všechny jeho členy vydělíme stejným číslem různým od nuly

$$12 : 18 \text{ krátíme } 6$$

$$(12 : 6) : (18 : 6) = 2 : 3$$

Poměr v základním tvaru

- poměr je v zákl. tvaru, pokud už jeho členy nemůžeme společně krátit

$$18 : 24 = 6 : 8 = 3 : 4 \Rightarrow 3 : 4 \text{ je v zákl. tvaru}$$

Poměr a des. čísla

- pokud poměr obsahuje des. čísla nebo zlomky, nejprve ho rozšíříme tak, aby jeho členy byla přirozená čísla

$$0,4 : 1,2 = 4 : 12 = 1 : 3$$

$$\frac{1}{2} : \frac{3}{4} \Rightarrow \text{rozšíříme } 4$$

$$\left(\frac{1}{2} \cdot 4\right) : \left(\frac{3}{4} \cdot 4\right) = \frac{4}{2} : \frac{12}{4} = 2 : 3$$

(stejný postup
přes složený zlomek)

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 2 : 3$$

Zkrat na zákl. tvar

$$a) 8 : 12 = 2 : 3$$

$$c) 24 : 36 = 2 : 3$$

$$b) 15 : 25 = 3 : 5$$

$$d) 18 : 27 : 45 = 2 : 3 : 5$$

Rozšíř poměr 3 : 5

$$a) \text{ dvěma} \rightarrow 6 : 10 \quad b) \text{ třemi} \rightarrow 9 : 15 \quad c) \text{ deseti} \rightarrow 30 : 50$$

Změna čísla v daném poměru

- při změně čísla v poměru $a : b$
 - původní hodnota → b dílů
 - nová hodnota → a dílů
- původní číslo tedy vydělíme druhým členem poměru a vynásobíme prvním
- změň číslo 12 v poměru $3 : 2$
 - $(12 : 2) \cdot 3 = 6 \cdot 3 = \underline{\underline{18}}$
- nebo můžeme řešit přes zlomky → dané číslo vynásobíme zlomkem $\frac{a}{b}$

→ 12 v poměru $3 : 2$

$$12 \cdot \frac{3}{2} = \frac{\overset{6}{\cancel{12}}}{1} \cdot \frac{3}{\underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{18}{1} = \underline{\underline{18}}$$

- pravidlo:

$a > b \rightarrow$ číslo se zvětší

$a < b \rightarrow$ číslo se zmenší

- př. (1) změň 50 v poměru $4 : 5$

→ $4 < 5 \rightarrow$ výsledek bude menší než 50

a) $(50 : 5) \cdot 4 = 10 \cdot 4 = \underline{\underline{40}}$

b) $50 \cdot \frac{4}{5} = \frac{\overset{10}{\cancel{50}}}{1} \cdot \frac{4}{\underset{1}{\cancel{5}}} = 10 \cdot \frac{4}{1} = \frac{40}{1} = \underline{\underline{40}}$

- př. (2) změň 48 v poměru $5 : 4$

→ $5 > 4 \rightarrow$ výsledek bude větší než 48

a) $(48 : 4) \cdot 5 = 12 \cdot 5 = \underline{\underline{60}}$

b) $48 \cdot \frac{5}{4} = \frac{\overset{12}{\cancel{48}}}{1} \cdot \frac{5}{\underset{1}{\cancel{4}}} = \frac{12}{1} \cdot \frac{5}{1} = \frac{60}{1} = \underline{\underline{60}}$

Měřítko

- měřítko udává poměr délky na mapě (plánu) ke skutečné délce
- určuje, kolikrát je náčrt oproti skutečnosti zmenšen nebo zvětšen
- zapisujeme jako poměr v zákl. tvaru

$1 : 500 \Rightarrow$ znamená to $\rightarrow 1 \text{ cm}$ na mapě $= 500 \text{ cm}$ ve skutečnosti

- př. a) měřítko mapy $1 : 50\,000$, na mapě 4 cm

$$1 \text{ cm} = 50\,000 \text{ cm}$$

$$4 \text{ cm} = 200\,000 \text{ cm} = 2 \text{ km} \quad \Rightarrow \text{Pozor na jednotky !}$$

- b) skutečná vzdálenost 600 m , měřítko mapy $1 : 20\,000$

$\Rightarrow$ nejprve stejné jednotky $\rightarrow 600 \text{ m} = 60\,000 \text{ cm}$

$$60\,000 : 20\,000 = 3 \text{ cm} \rightarrow \text{Na mapě bude vzdálenost } 3 \text{ cm.}$$

- c) hledám měřítko $\Rightarrow$ na mapě 5 cm , ve skutečnosti 2 km

$$2 \text{ km} = 200\,000 \text{ cm} \Rightarrow 5 : 200\,000 = 1 : 40\,000$$

$\Rightarrow$ Měřítko mapy je $1 : 40\,000$.

Dělení celku v daném poměru

Zápis:

– chceme-li rozdělit celek v daném poměru, postupujeme následovně:

1. sečteme členy poměru $\rightarrow a + b + \dots$ (zjistíme počet celkových dílů)
2. celek vydělíme počtem dílů $\rightarrow x : (a + b + \dots)$ (zjistíme hodnotu jednoho dílu)
3. hodnotu jednoho dílu násobíme jednotlivými členy poměru

$\rightarrow$ kontrola: součet vypočítaných částí se musí rovnat původnímu celku

Př. ① Rozděl 1000 Kč v poměru 3:2.

- počet dílů: $3 + 2 = 5$
- hodnota jednoho dílu: $1000 : 5 = 200$ Kč
- první část: $3 \cdot 200 = 600$ Kč
- druhá část: $2 \cdot 200 = 400$ Kč
- kontrola: $600 + 400 = 1000$ Kč ✓

Př. ② Postupný poměr $\rightarrow$ Rozděl 900 Kč mezi tři děti v poměru 2:3:4.

- počet dílů: $2 + 3 + 4 = 9$
- hodnota jednoho dílu: $900 : 9 = 100$ Kč
- první část: $2 \cdot 100 = 200$ Kč
- druhá část: $3 \cdot 100 = 300$ Kč
- třetí část: $4 \cdot 100 = 400$ Kč
- kontrola: $200 + 300 + 400 = 900$ Kč ✓

Př. ③ Provázek je dlouhý 72 cm, rozděl ho v poměru 5:3.

- počet dílů: $5 + 3 = 8$
- hodnota jednoho dílu: $72 : 8 = 9$ cm
- první část: $5 \cdot 9 = 45$ cm
- druhá část: $3 \cdot 9 = 27$ cm
- kontrola: $45 + 27 = 72$ cm ✓

Slovní úlohy s poměrem

- 1) Ve třídě je 30 žáků. Poměr kluků a holek je 5:1.
Kolik je kluků a kolik holek?

$$30 : 6 = 5 \rightarrow 5 : 1$$

kluků : holek

$$5 \cdot 5 = \underline{25 \text{ kluků}}$$
$$1 \cdot 5 = \underline{5 \text{ holek}}$$

zk:

$$25 + 5 = 30$$

- 2) Karolína a Ivana mají 45 bonbónů. Mají si je rozdělit v poměru 3:2.
Kolik dostane každá?

$$3 : 2 \rightarrow 3 + 2 = 5 \rightarrow 45 : 5 = 9 \rightarrow 3 \cdot 9 = \underline{27 \text{ Karolína}}$$

Karolína : Ivana

$$2 \cdot 9 = \underline{18 \text{ Ivana}}$$

- 3) Alena, Petr a Martin dostali 1200 Kč. Mají si je rozdělit v poměru 2:3:1.
Kolik korun každý dostane?

$$2 : 3 : 1 \rightarrow 6$$

Alena Petr Martin

$$1200 : 6 = 200 \rightarrow 2 \cdot 200 = \underline{400 \text{ Kč Alena}}$$
$$3 \cdot 200 = \underline{600 \text{ Kč Petr}}$$
$$1 \cdot 200 = \underline{200 \text{ Kč Martin}}$$

- 4) Vnitřní úhly Δ jsou v poměru 1:2:2. Urči velikost úhlů a typ Δ .

$$\rightarrow \Delta \text{ má } 180^\circ \text{ celkem} \quad 1 : 2 : 2 \rightarrow 5$$

$$180 : 5 = 36 \rightarrow 1 \cdot 36 = 36^\circ$$
$$2 \cdot 36 = 72^\circ$$
$$2 \cdot 36 = 72^\circ$$



Vnitřní úhly jsou 36° , 72° a 72° . Jedná se o rovnoramenný Δ .